**Parte teórica**

**Regla del producto**

La regla del producto se usa cuando queremos derivar el producto de dos funciones. Es decir, si tenemos una función que se puede escribir como:

h(x) = f(x) · g(x)

Entonces, su derivada no es simplemente derivar cada parte por separado. La regla correcta dice:

h′(x) = f′(x) · g(x) + f(x) · g′(x)

O sea, primero derivamos la primera función y la multiplicamos por la segunda sin derivar, luego sumamos la primera función sin derivar multiplicada por la derivada de la segunda.

**Ejemplo:**

Supongamos que:

f(x) = x²

g(x) = eˣ

Entonces:

h(x) = x² · eˣ

Aplicando la regla del producto:

h′(x) = (2x) · eˣ + x² · eˣ

h′(x) = eˣ · (2x + x²)

**Regla del cociente**

La regla del cociente se aplica cuando tenemos una función escrita como un cociente, es decir, una función dividida por otra:

h(x) = f(x) / g(x)

La fórmula de la derivada es:

h′(x) = [f′(x) · g(x) − f(x) · g′(x)] / [g(x)]²

O sea, derivamos el de arriba y lo multiplicamos por el de abajo sin derivar, luego restamos el de arriba sin derivar por la derivada del de abajo, y todo eso dividido entre el cuadrado del de abajo.

**Ejemplo:**

Supongamos que:

f(x) = x

g(x) = x² + 1

Entonces:

h(x) = x / (x² + 1)

Aplicando la regla del cociente:

f′(x) = 1

g′(x) = 2x

h′(x) = [1 · (x² + 1) − x · 2x] / (x² + 1)²

h′(x) = [(x² + 1 − 2x²)] / (x² + 1)²

h′(x) = (−x² + 1) / (x² + 1)²

**Parte Práctica: Derivar Funciones*.***

1. ***f(x) = (x³ + 2x) · eˣ***

***Producto de funciones ⇒ uso regla del producto:***

***f ′(x) = [(3x² + 2) · eˣ] + [(x³ + 2x) · eˣ]***

***f ′(x) = eˣ · [3x² + 2 + x³ + 2x]***

***f ′(x) = eˣ · (x³ + 3x² + 2x + 2)***

1. ***y = x / eˣ***

***Cociente ⇒ regla del cociente:***

***y′ = [1 · eˣ − x · eˣ] / (eˣ)²***

***y′ = (eˣ − x · eˣ) / e²ˣ***

***y′ = eˣ(1 − x) / e²ˣ***

***Simplifico:***

***y′ = (1 − x) / eˣ***

1. ***g(x) = √x · eˣ = x^(1⁄2) · eˣ***

***Producto + potencia ⇒ regla del producto + regla de la potencia:***

***g ′(x) = (1⁄2)x^(−1⁄2) · eˣ + x^(1⁄2) · eˣ***

***Factor común:***

***g ′(x) = eˣ · [(1⁄2)x^(−1⁄2) + x^(1⁄2)]***

1. ***y = eˣ / (1 − eˣ)***

***Cociente de funciones exponenciales:***

***y′ = [eˣ · (1 − eˣ) − eˣ · (−eˣ)] / (1 − eˣ)²***

***Opero arriba:***

***y′ = [eˣ(1 − eˣ) + eˣ · eˣ] / (1 − eˣ)²***

***y′ = [eˣ − e²ˣ + e²ˣ] / (1 − eˣ)²***

***y′ = eˣ / (1 − eˣ)²***

1. ***g(x) = (1 + 2x) / (3 − 4x)***

***Cociente racional:***

***g′(x) = [(2)(3 − 4x) − (1 + 2x)(−4)] / (3 − 4x)²***

***Opero numerador:***

***= [6 − 8x + 4(1 + 2x)] / (3 − 4x)²***

***= [6 − 8x + 4 + 8x] / (3 − 4x)²***

***= (10) / (3 − 4x)²***

1. ***G(x) = (x² − 2) / (2x + 1)***

***Cociente racional:***

***G′(x) = [(2x)(2x + 1) − (x² − 2)(2)] / (2x + 1)²***

***Opero:***

***= [2x(2x + 1) − 2(x² − 2)] / (2x + 1)²***

***= [4x² + 2x − 2x² + 4] / (2x + 1)²***

***= (2x² + 2x + 4) / (2x + 1)²***

**Problema - Curva Serpentina:**

***a) Ecuación de la recta tangente en (3, 0.3)***

***La función dada es:***

***y = x / (1 + x²)***

***Primero, derivo para encontrar la pendiente de la tangente:***

***Usamos la regla del cociente:***

***Sea***

***f(x) = x***

***g(x) = 1 + x²***

***Entonces:***

***y′ = [f′(x)·g(x) − f(x)·g′(x)] / [g(x)]²***

***Derivadas:***

***f′(x) = 1***

***g′(x) = 2x***

***Sustituyendo:***

***y′ = [1·(1 + x²) − x·2x] / (1 + x²)²***

***y′ = [(1 + x²) − 2x²] / (1 + x²)²***

***y′ = (1 − x²) / (1 + x²)²***

***Ahora evaluamos la derivada en x = 3:***

***y′(3) = (1 − 9) / (1 + 9)² = (−8) / 100 = −0.08***

***La pendiente de la recta tangente en ese punto es m = −0.08.***

***Como el punto de tangencia es P = (3, 0.3), usamos la ecuación punto-pendiente:***

***y − y₁ = m(x − x₁)***

***Sustituimos:***

***y − 0.3 = −0.08(x − 3)***

***Despejo para obtener la forma explícita:***

***y = −0.08x + 0.24 + 0.3***

***y = −0.08x + 0.54***

***Ecuación de la recta tangente:***

***y = −0.08x + 0.54***

**b) Gráfica de la curva y la recta tangente**

Gráfico, Gráfico de líneas

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.